ЗАДАНИЯ
для проведения второго этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Физика»

Дата проведения: 20 ноября 2021 г.

IX класс (70 баллов)

Задача №1 (10 баллов)

Три черепахи находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной **a.** Черепахи начинают одновременно двигаться с постоянной по модулю скоростью υ. Первая черепаха все время держит курс на вторую, вторая - на третью, третья - на первую. Через сколько времени черепахи встретятся?

Задача №2 (10 баллов)

Первую половину времени прямолинейного движения между городами А и В автомобиль двигался с постоянной скоростью υ_1, вторую – со скоростью υ_2. Найти среднюю скорость автомобиля на первой и второй половинах пути.

Задача №3 (20 баллов)

Длинная вертикальная трубка погружена одним концом в цилиндрический сосуд с ртутью. В трубку наливают $m = 0{,}314\ кг$ воды, которая не вытекает из трубки. Диаметр трубки и сосуда равны соответственно: $d = 0{,}02\ м$, $D = 0{,}06\ м$. Плотность ртути $\rho_0 = 13\,600\ кг/м^3$, плотность воды $\rho = 1000\ кг/м^3$. Определите:

1. изменение уровня ртути в сосуде и в трубке;
2. как изменятся ответы в п.1, если
   а) увеличивать диаметр сосуда,
   в) увеличивать диаметр трубки? Толщиной стенок трубки пренебречь.

Задача №4 (20 баллов)

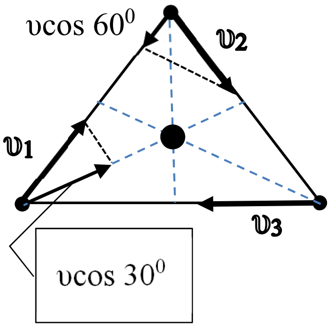
Сопротивление каждого провода двухпроводной телефонной линии длиной 5км равно 2 Ом. При проведении строительных работ на одном участке телефонной линии была повреждена изоляция провода. Для определения места повреждения провода к одному из его концов подсоединили батарейку напряжением 10 В и амперметр. Когда провода у другого конца линии были разомкнуты, амперметр показывал ток 2 А, а когда провода у другого конца линии были замкнуты накоротко, амперметр показывал ток 3 А. Найдите сопротивление изоляции в месте повреждения.

Задача №5 (10 баллов)

По прямой дороге одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля с начальными скоростями 20м/с 10м/с,с постоянными ускорениями 3м/с^2 и 0м/с^2 направленными противоположно соответствующим скоростям. При каком максимальном начальном расстоянии они могут встретиться? После остановки первый автомобиль движется с прежним ускорением.

Решение

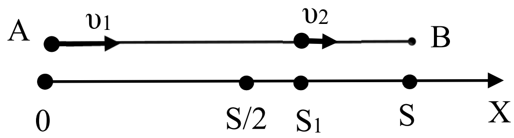
9.1 (Первый способ) Из соображений симметрии понятно, что точка встречи черепах будет расположена там, где пресекаются медианы, биссектрисы и высоты равностороннего треугольника. Удаление этой точки от каждой черепахи в начале движения равно 2/3 высоты треугольника $h = a \cdot \sin 60^0$. Проекция скорости черепахи в этом направлении равна $\upsilon_x = \upsilon \cdot \cos 30^0$ и её значение не изменяется в процессе движения. Черепахи встретятся через $t = \dfrac{\frac{2}{3} a \cdot \sin 60^0}{\upsilon \cdot \cos 30^0} = \dfrac{2a}{3\upsilon}$



(Второй способ) В процессе движения черепахи образуют равносторонние треугольники длина стороны которых изменяется по закону $a' = a - \left(\upsilon + \upsilon \cdot \cos 60^0\right) \cdot t$.

Когда черепахи встретятся $a' = 0$. $t = \dfrac{a}{\upsilon\left(1 + \cos 60^0\right)} = \dfrac{2a}{3\upsilon}$.

9.2 Пусть $\upsilon_1 > \upsilon_2$. Тогда первую половину пути автомобиль двигался со средней скоростью равной $\langle \upsilon_1 \rangle = \upsilon_1$



Вторую половину времени движения между городами автомобиль двигался с разными скоростями. Чтобы найти среднюю скорость на второй половине пути найдем время $t_2 = \dfrac{t}{2} + t_3$ в течение которого автомобиль двигался со скоростью υ_2, гдеt/2 - время движения на участке S–S1, t3 - время движения на участке S1–S/2

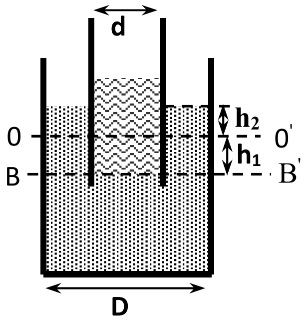
$$S = S_1 + \left(S - S_1\right) = \upsilon_1 \frac{t}{2} + \upsilon_2 \frac{t}{2} \quad \frac{t}{2} = \frac{S}{\upsilon_1 + \upsilon_2} \quad t_3 = \frac{\frac{S}{2} - \frac{\upsilon_2 t}{2}}{\upsilon_1} = \frac{S\left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right)}{2\upsilon_1\left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right)}$$

$$t_2 = \frac{t}{2} + t_3 = \frac{S\left(3\upsilon_1 - \upsilon_2\right)}{2\upsilon_1\left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right)}$$

Средняя скорость автомобиля на второй половине пути равна:

$$\left\langle \upsilon_2 \right\rangle = \frac{S/2}{t_2} = \frac{\upsilon_1\left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right)}{3\upsilon_1 - \upsilon_2}$$

9.3 Нарисуем рисунок, на котором обозначим высоту поднятия h_2 и высоту опускания ртути h_1, диаметр цилиндрического сосуда D и диаметр трубки d,



начальный уровень ртути в сосуде 00' и начальный уровень однородной жидкости в трубке и сосуде BB'.

Запишем условие равновесия жидкости на уровне BB' и условие несжимаемости жидкости.

Давление налитой воды в трубке на уровне BB' равно давлению ртути в сосуде на уровне BB'

$$\frac{mg}{\frac{\pi d^2}{4}} = \rho_0 g\left(h_1 + h_2\right) \qquad (1)$$

Объем вытесненной ртути в трубке равен объему поднятой ртути в сосуде.

$$\pi\frac{d^2}{4}h_1 = \left(\pi\frac{D^2}{4} - \pi\frac{d^2}{4}\right)\cdot h_2 \qquad (2)$$

После математических преобразований из уравнений (1) и (2) получаем:

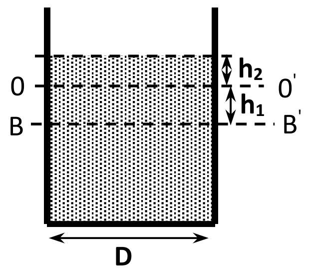
$$h_1 = \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{D^2}\right) \approx 0{,}065\ м = 6{,}5\ см \qquad (3)$$

$$h_2 = \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\frac{1}{D^2} \approx 0{,}008\ м = 0{,}8\ см \qquad (4)$$

2) Из уравнения (4) видно, что высота поднятия ртути в сосуде h_2 не зависит от диаметра d трубки, а определяется массой налитой воды, плотностью ртути и диаметром сосуда: $h_2 \sim \frac{m}{\rho_0 \cdot D^2}$. Значит, если увеличивать диаметр сосуда до бесконечности, то высота поднятия ртути в сосуде будет стремиться к нулю! При $D \to \infty, \quad h_2 \to 0$, а из уравнения (3) следует, что $h_1 \to \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\frac{1}{d^2} \approx 0{,}074\ м = 7{,}4\ см$

При приближении диаметра трубки к диаметру сосуда ($d \to D$),

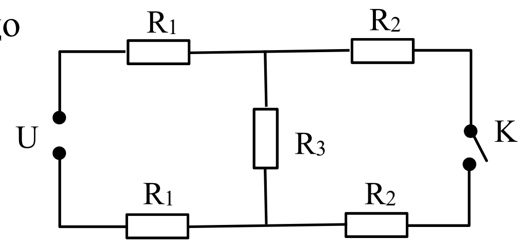
$$h_1 = \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\frac{D^2-d^2}{D\cdot d} = \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\frac{(D-d)\cdot(D+d)}{D\cdot d} \to \frac{4m}{\pi\rho_0}\cdot\frac{(D-D)\cdot 2D}{D\cdot D} = 0$$



Примечание

Запишем уравнение (4) в виде: $m = \frac{\pi D^2}{4}\rho_0 h_2$. Из уравнения видно, что масса налитой в трубку воды равна массе ртути, которую можно налить поверх уровня 00' высотой h_2 в сосуд при отсутствии трубки с водой.

9.4 На рисунке изображена схема измерений поврежденной линии



R_1 и R_2 сопротивления участков проводов до места повреждения и после него соответственно, R_3 – сопротивление в месте повреждения изоляции, ключ.

При разомкнутом ключе ток в цепи равен:

$I_1 = \frac{U}{2R_1+R_3}$ Откуда $2R_1 = \frac{U}{I_1} - R_3$ Когда ключ замкнут, ток в цепи равен:

$$I_2 = \frac{U}{2R_1 + \frac{2R_2R_3}{2R_2+R_3}} = \frac{U(2R_2+R_3)}{4R_1R_2 + 2(R_1+R_2)R_3}$$

Учитывая, что по условию задачи $R_1 + R_2 = R$, получаем квадратное уравнение:

$$R_3^2 I_2 - 2R_3U\left(\frac{I_2}{I_1}-1\right) + \left(1-\frac{I_2}{I_1}\right)\cdot U\cdot\left(2R - \frac{U}{I_1}\right) = 0$$

Решая его, находим

$R_{3(1,2)} = U\frac{I_2-I_1}{I_2I_1}\cdot\left\{1\mp\sqrt{1+\frac{I_2(2RI_1-U)}{U(I_2-I_1)}}\right\}$ Отсюда $R_{3(1)}$ = 0,62 Ом и $R_{3(2)}$ = 2,72 Ом

Второе решение не годится, так как $R_1 = \frac{\frac{U}{I_1} - R_3}{2} > 2$, чего быть не может, потому что для всей линии сопротивление одного провода R = 2 Ом.

9.5 Запишем зависимость координат тел от времени (ось OX направлена от первого автомобиля ко второму).

$x_1 = 20t - \frac{3t^2}{2}$, $x_2 = s - 10t$, где s – начальное расстояние между автомобилями.

Условие встречи (равенство координат) приводит к квадратному уравнению:

$$\frac{3}{2}t^2 - 30t + s = 0\,,\quad t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 6s}}{3}$$

Условием встречи является равенство нулю дискриминанта.

$$900 - 6s_{\max} = 0\,,\ s_{\max} = 150\text{м}$$