ЗАДАНИЯ

для проведения второго этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Физика»

Дата проведения: 20 ноября 2021 г.

XI класс (70 баллов)

1. (5 баллов) По прямой дороге одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля с начальными скоростями 20м/с и 30м/с с постоянными ускорениями 2м/с^2 и 1м/с^2, направленными противоположно соответствующим скоростям. При каком максимальном начальном расстоянии они могут встретиться в процессе движения?

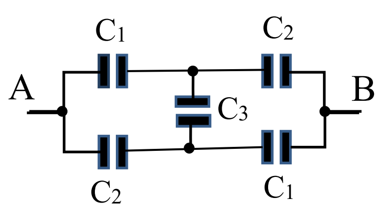
Примечание: после остановки автомобили движутся с прежними ускорениями.

2. (15 баллов) Трубка, запаянная с одного конца, опускается в высокий сосуд площадью поперечного сечения S_0, частично заполненный жидкостью плотностью ρ_0 сначала открытым концом вниз, а затем открытым концом вверх. Трубка плавает в обоих случаях, находясь в вертикальном положении. В первом случае трубка погружается в жидкость на Δh больше, чем во втором. Масса, внутреннее и внешнее сечение трубки соответственно равны m, S_1 и S_2. Толщиной дна трубы пренебречь.

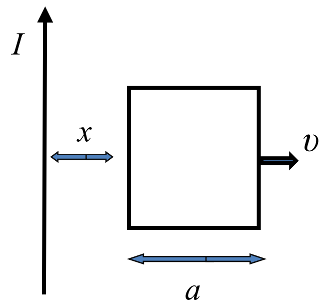
Применяя закон Паскаля, определите:

1. условие плавания трубки в обоих случаях.;
2. высоту H слоя жидкости, зашедшей в трубку в первом случае и давление воздуха в пробирке;
3. высоту подъема жидкости в сосуде в обоих случаях.

3. (20 баллов) Найдите емкость схемы между точками A и B.



4. (15 баллов) Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находится в одной плоскости, как показано на рисунке. Рамку поступательно перемещают вправо с постоянной скоростью υ. Найти Э.Д.С. индукции в рамке как функцию расстояния x.



Примечание: магнитная индукция бесконечного проводника при прохождении через него тока определяется по формуле $B(x)=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$.

5. (15 баллов) Идеальный одноатомный газ в количестве одного моля участвует в термодинамическом процессе и его теплоемкость в этом процессе меняется по закону $c_\mu = R\dfrac{T_0^2}{T^2}$, где T_0=300 К. Определите при какой температуре объем газа буде максимальным.

Решение

11.1 Так как автомобили разворачиваются не одновременно, то искомое расстояние не равно сумме расстояний между автомобилями после остановки.

Запишем уравнения движения автомобилей. Ось направлена от первого тела ко второму и начало координат совпадает с первым автомобилем.

$$x_1 = \upsilon_1 t - \frac{a_1 t^2}{2}, \quad x_2 = s - \upsilon_2 t + \frac{a_2 t^2}{2},$$

где s – начальное расстояние между машинами. Условие встречи $x_1 = x_2$ приводит к квадратному уравнению. Если расстояние s меньше искомого, то автомобили встретятся дважды, если больше – то не встретятся. Квадратное уравнение имеет два решения или не имеет корней.

Максимальное расстояние встречи соответствует условию, при котором дискриминант уравнения равен нулю.

$$s_{\max} = \frac{\left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right)^2}{2\left(a_1 + a_2\right)} = 150\,м$$

Примечание: возможны и другие способы решения.

11.2 Рисуем чертеж к задаче, на котором отмечаем:

00_1 – начальный уровень жидкости в сосуде, AA_1 – уровень погружения трубки в первом случае, Δh - разница в уровнях погружения трубки,

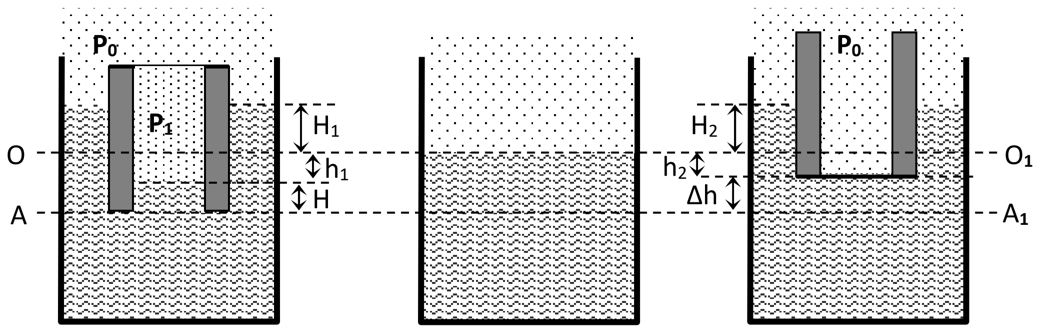
P_0 - атмосферное давление и P_1 - давление сжатого воздуха в трубке,

H_1, H_2 – высоту поднятия жидкости в первом и втором случае плавания трубки,

H - высота слоя жидкости, зашедшей в трубку,

h_1 – разница между начальным уровнем жидкости в сосуде OO_1 и уровнем жидкости в трубке,

h_2 - разница между начальным уровнем жидкости в сосуде OO_1 и дном плавающей трубки.

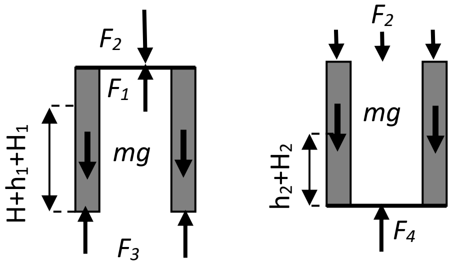


1. Так как трубка плавает в сосуде, то сила тяжести уравновешивается силами давления со стороны жидкости и газа. $F_2 + mg = F_3 + F_1$, $\quad F_2 + mg = F_4$,

где F_1 – сила давления сжатого газа на внутреннее сечение трубы,

F_2 – сила атмосферного давления на внешнее сечение трубы,

F_3 – сила атмосферного и гидростатического давления на разность внешнего и внутреннего сечения трубы,



$F_1 = P_1 S_1$

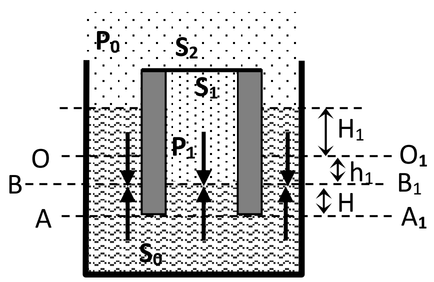
$F_2 = P_0 S_2$

$F_3 = \left(P_0 + \rho_0 g\left(H + h_1 + H_1\right)\right)\cdot\left(S_2 - S_1\right)$

F_4 – сила атмосферного и гидростатического давления на дно трубы.

$$P_0 S_2 + mg = P_1 S_1 + \left(P_0 + \rho_0 g\left(H + h_1 + H_1\right)\right)\cdot\left(S_2 - S_1\right) \qquad (1)$$

$$P_0 S_2 + mg = \left(P_0 + \rho_0 g\left(h_2 + H_2\right)\right)\cdot S_2 \qquad (2)$$



2. В сообщающихся сосудах, образованных сосудом сечением S_0 и трубой, однородная жидкость начинается с уровня BB_1. Из условия равновесия запишем равенство давлений в разных частях сообщающихся сосудов на этом уровне.

$$P_1 = P_0 + \rho_0 g\left(H_1 + h_1\right) \qquad (3)$$

Из геометрических соображений $h_2 = h_1 + H - \Delta h$ (4)

Приравняем правые части уравнений (1), (2) и с учетом (3), (4) получим:

$$P_1 S_1 + \left(P_0 + \rho_0 g\left(H + h_1 + H_1\right)\right) \cdot \left(S_2 - S_1\right) = \left(P_0 + \rho_0 g\left(h_1 + H - \Delta h + H_2\right)\right) \cdot S_2 .$$

После несложных преобразований получаем: $S_2 \Delta h = S_1 H$ (5)

$$H = \Delta h \frac{S_2}{S_1}$$

3. Из условия несжимаемости жидкости запишем равенство вытесненного объема жидкости трубой в первом и втором случае и объема поднятой жидкости над первоначальным уровнем OO_1.

$$S_2 \cdot \left(h_1 + H\right) - S_1 H = \left(S_0 - S_2\right) \cdot H_1 \qquad (6)$$

$$S_2 h_2 = \left(S_0 - S_2\right) H_2 \qquad (7)$$

Подставим уравнение (4) в (7): $S_2\left(h_1 + H\right) - S_2 \Delta h = \left(S_0 - S_2\right) H_2$ (8)

Учитывая соотношение (5) из уравнений (6) и (8) следует, что $H_1 = H_2$, т. е. вода в при первом и втором погружении трубы в сосуд с жидкостью поднимается на одинаковую высоту по отношению к первоначальному уровню OO_1.

Кстати, этот вывод, как и ответы на все вопросы к задаче, следует из закона Архимеда, но после значительно менее громоздких рассуждений. Попробуйте решить эту задачу другим способом, предварительно разобравшись,в законе Архимеда.

Подставим в уравнение (2) выражение для h_2 из уравнения (7) и найдем высоту поднятия жидкости в сосуде: $h_2 = \frac{S_0 - S_2}{S_2} H_2$,

$$P_0 S_2 + mg = P_0 S_2 + \rho_0 g \frac{S_0 - S_2}{S_2} H_2 S_2 + \rho_0 g H_2 S_2 , \qquad mg = \rho_0 g H_2 S_0 ,$$

$$H_2 = H_1 = \frac{m}{\rho_0 S_0} \qquad (9)$$

11.3 Запишем закон сохранения заряда для пластин конденсаторов подключенных к точке М:

$$-q_1+q_2+q_3=0\,(1)$$

Сумма напряжений конденсаторов по контуру AMNAравна:

$$\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_3}{C_3}-\frac{q_2}{C_2}=0\,(2)$$

Электроемкость эквивалентного конденсатора между точками А и В (C_0) равна:

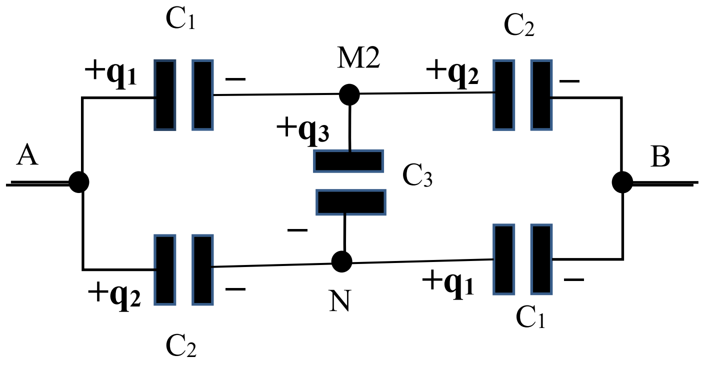
$$C_0=\frac{q_1+q_2}{\varphi_A-\varphi_B}=\frac{q_1+q_2}{\frac{q_2}{C_2}-\frac{-q_1}{C_1}}=\frac{(q_1+q_2)C_1C_2}{q_2C_1+q_1C_2}=\frac{\left(\frac{q_1}{q_2}+1\right)C_1C_2}{C_1+\frac{q_1}{q_2}C_2}\,(3)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем отношение зарядов q_1иq_2:

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{C_1(C_2-C_1)}{C_2(C_1+C_3)}\,(4)$$

Подставим выражение (4) в (3) и найдем эквивалентную емкость конденсатора между точками А и В:

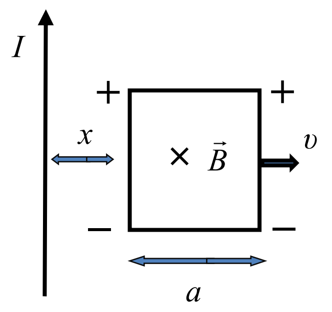
$$C_0=\frac{2C_1C_2+C_3(C_1+C_2)}{C_1+C_2+2C_3}$$



11.4 По правилу правой и левой руки определим направление вектора магнитной индукции проводника в месте нахождения движущейся рамки и знаки ЭДС индукции в проводниках параллельных проводнику по которому идет ток (см. рисунок).

$\xi_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x} a \cdot \upsilon, \quad \xi_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi (x+a)} a \cdot \upsilon$. Причем $\xi_1 > \xi_2$

$$\xi_{12} = \xi_1 - \xi_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \cdot \upsilon \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \right) = \frac{\mu_0 I a^2 \upsilon}{2\pi x (x+a)}$$



11.5 Запишем первый закон термодинамикидля очень малого изменения температуры:

$$Q = \Delta U + p\Delta V, \quad \frac{T_0^2}{T^2} R\Delta T = \frac{3}{2} R\Delta T + \frac{RT}{V} \Delta V$$

Поделив обе части полученного уравнения на ΔT, получим:

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V}{T} \left(\frac{T_0^2}{T^2} - \frac{3}{2} \right) \ (1)$$

Экстремальные значения объема газа будут соответствовать случаю, когда $\Delta V / \Delta T = 0$. При этом экстремальная температура газа равна:

$$T_{экстрем.} = T_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 245\, K$$

Для проверки того, что объем газа при $T_{экстрем.} \approx 245$ К действительно максимальный нужно в уравнение (1) подставить T_1 чуть меньше и T_2чуть больше, чем $T_{экстрем.}$ При $T_1 < T_{экстрем} \dfrac{\Delta V}{\Delta T} > 0$, а при $T_2 > T_{экстрем} \dfrac{\Delta V}{\Delta T} < 0$.