

ЗАДАНИЯ

для проведения второго этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Физика»

Дата проведения: 20 ноября 2021 г.

X класс (70 баллов)

1. (10 баллов) Три черепахи и шесть жуков находятся в вершинах равностороннего треугольника и правильного шестиугольника соответственно. Длина стороны треугольника и шестиугольника равна a . Черепахи и жуки начинают одновременно двигаться с постоянной по модулю скоростью. Первая черепаха (первый жук) все время держит курс на вторую черепаху (на второго жука), вторая черепаха (второй жук) все время держит курс на третью черепаху (на третьего жука), третья черепаха (третий жук) все время держит курс на первую черепаху (четвертого жука), четвертый жук держит курс на пятого, пятый – на шестого, шестой - на первого.

На сколько отличается скорость жуков от скорости черепах, если они прибыли в пункты встречи одновременно за время t ?

2. (20 баллов)...Куб со стороной h и плотностью ρ лежит на дне сосуда высотой H , в который наливают жидкость плотностью $\rho_{ж}$. Нарисовать график зависимости силы давления куба на дно сосуда от высоты налитой жидкости в сосуд $F(x)$, если

А) куб плотно прижат к дну сосуда (жидкость под куб не подтекает);

В) куб опирается на неровности на дне сосуда высотой $h_1 < h$ (жидкость под куб подтекает).

Рассмотреть случаи, когда плотность куба равна $\rho_1 = \rho_{ж}$, больше $\rho_2 > \rho_{ж}$ и меньше $\rho_3 < \rho_{ж}$ плотности жидкости.

Как изменится зависимость $F(x)$, если учитывать атмосферное давление P_A ?

3. (10 баллов) Комната освещена пятью последовательно включенными лампочками, на каждой из которых написано 220 В, 75 Вт. Затем одну из них заменили лампой, на которой написано 220 В, 100 Вт.

Будет ли она светить ярче, чем замененная? При замене ламп температура накала ламп не меняется.

4. (10 баллов) Цепочка массы m и длины L лежит на шероховатом горизонтальном столе так, что один ее конец свешивается у его края. Цепочка начинает сама соскальзывать, когда ее свешивающая часть составляет η длины цепочки. Определите работу силы трения при полном соскальзывании цепочки со стола.

5. (20 баллов) Свободно перемещающийся непроницаемый, тонкий и невесомый поршень делит цилиндрический сосуд объемом 100 л на две части. В одну часть сосуда вводят некоторое количество воды, а в другую некоторое количество газа. В сосуде поддерживается температура 373 К. Какое давление установится в сосуде, если в него вводят:

- а) 74 г воды, 10 г водорода;
- б) 74 г воды, 74 г углекислого газа;
- в) 36 г воды, 2,8 г азота.

Примечание: таблица Менделеева прилагается (учебник 10 класса по физике), давление насыщенного водяного пара при 100⁰С равно 10⁵Па.

Решение

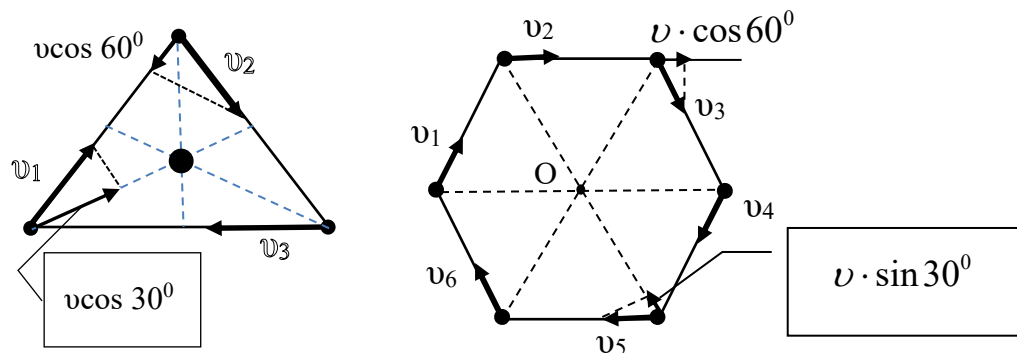
10.1 (Первый способ) Из соображений симметрии понятно, что точка встречи черепах будет расположена там, где пересекаются медианы, биссектрисы и высоты равностороннего треугольника. Удаление этой точки от каждой черепахи в начале движения равно $\frac{2}{3}$ высоты треугольника $h = a \cdot \sin 60^\circ$. Проекция скорости черепахи в этом направлении равна $v_x = v \cdot \cos 30^\circ$ и её значение не изменяется в процессе движения. Черепахи

встретятся через $t = \frac{\frac{2}{3} a \cdot \sin 60^\circ}{v \cdot \cos 30^\circ} = \frac{2a}{3v}$. Скорость черепахи равна: $v_c = \frac{2a}{3t}$

Проекция скорости жука в направлении точки O равна: $v_x = v \cdot \sin 30^\circ$.

Жуки встретятся через $t = \frac{a}{v \sin 30^\circ} = \frac{2a}{v}$. Скорость жука равна: $v_{ж} = \frac{2a}{t}$

Скорость жука больше скорости черепахи на: $v_{ж} - v_c = \frac{4a}{3t}$



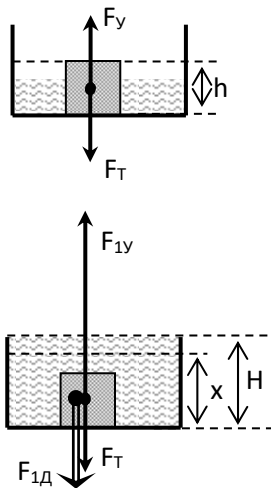
(Второй способ) В процессе движения черепахи образуют равносторонние треугольники длина стороны которых изменяется по закону

$a' = a - (v + v \cdot \cos 60^\circ) \cdot t$. Когда черепахи встретятся $a' = 0$. $t = \frac{a}{v(1 + \cos 60^\circ)} = \frac{2a}{3v}$.

В процессе движения жуки образуют равносторонние треугольники длина стороны которых изменяется по закону: $a' = a - (v - v \cos 60^\circ) \cdot t$. Когда жуки

встретятся $a' = 0$. $t = \frac{a}{v(1 - \cos 60^\circ)} = \frac{2a}{v}$

10.2А) Нарисуем силы, действующие на куб, когда жидкость налита в сосуд высотой меньше и больше h . На куб в обоих случаях действует сила тяжести $F_T = mg = \rho h^3 g$. Пока жидкость не давит на верхнюю поверхность куба, сила взаимодействия куба с сосудом $F_Y = F_T$ и не изменяется по мере наливания жидкости в сосуд. Как только жидкость начинает давить на верхнюю поверхность тела, сила взаимодействия куба с сосудом



$$F_Y^* = F_T + F_D = mg + P_{x-h}S = \rho g h^3 + \rho_{ж} g (x - h)h^2$$

и возрастает пока жидкость не начнет выливаться из сосуда при $x = H$. Максимальная сила взаимодействия куба и сосуда (сила давления куба на сосуд, равная силе упругости F_{1Y}) равна:

$$F_{1Y} = F_T + F_{1D} = \rho g h^3 + \rho_{ж} g (H - h)h^2.$$

Преобразуем уравнение для F_Y^* , которое справедливо при $h \leq x \leq H$

$$F_Y^* = \rho g h^3 + \rho_{ж} g (x - h)h^2 = \rho g h^3 + \rho_{ж} g xh^2 - \rho_{ж} g h^3$$

$$F_Y^* = (\rho - \rho_{ж}) g h^3 + \rho_{ж} g h^2 x \quad (1)$$

Введем обозначения: $a = (\rho - \rho_{ж}) g h^3$, $b = \rho_{ж} g h^2$, тогда уравнение (1) примет вид: $F_Y^* = a + bx$. Это уравнение прямой, где F_Y^* - сила взаимодействия куба с дном сосуда, равная силе давления куба на дно сосуда, x - глубина налитой жидкости в сосуд. F_Y^* , x - переменные величины. a , b - постоянные коэффициенты линейного уравнения. Причем коэффициент b определяет наклон прямой при $h \leq x \leq H$ и не зависит от плотности куба.

На рис.3 построен график зависимости силы давления куба на дно сосуда от высоты налитой жидкости в сосуд $F_Y^*(x)$.

При $0 \leq x \leq h$ $F_Y = F_T = const.$

При $h \leq x \leq H$ сила давления куба на дно сосуда изменяется по закону:

$$F_Y^* = (\rho - \rho_{ж}) g h^3 + \rho_{ж} g h^2 x.$$

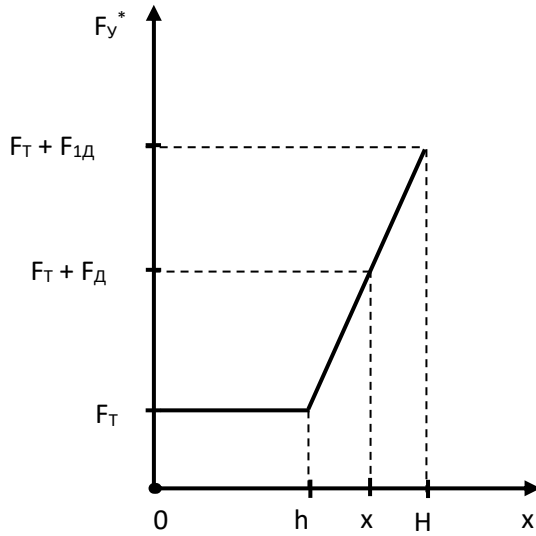


Рис. 3

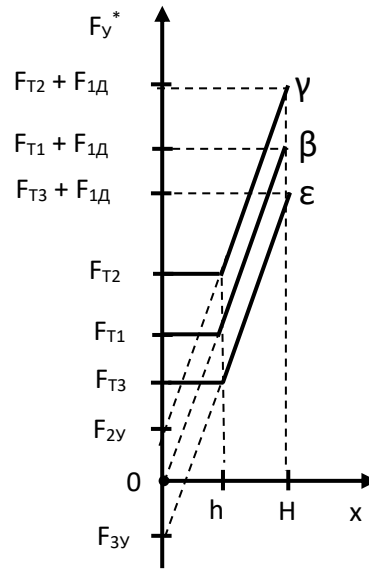


Рис. 3(ε, β, γ)

Если $\rho_1 = \rho_{ж}$, $F_{T1} = m_1g = \rho_1 h^3 g$, причем $a = (\rho_1 - \rho_{ж}) g h^3 = 0$ и $F_{y^*} = bx$.

При $x = 0$ $F_{1y} = 0$. График $F(x)$ для данного случая изображен на рис. 3(β).

Если $\rho_2 > \rho_{ж}$, $F_{T2} = m_2g = \rho_2 h^3 g > F_{T1}$, причем $a = (\rho_2 - \rho_{ж}) g h^3 > 0$ и при $x=0$ $F_{2y} = (\rho_2 - \rho_{ж}) g h^3 > 0$.

График $F(x)$ для данного случая изображен на рис. 3(γ).

Если $\rho_3 < \rho_{ж}$, $F_{T3} = m_3g = \rho_3 h^3 g < F_{T1} < F_{T2}$, причем $a = (\rho_3 - \rho_{ж}) g h^3 < 0$ и при $x = 0$ $F_{3y} = (\rho_3 - \rho_{ж}) g h^3 < 0$.

График $F(x)$ для данного случая изображен на рис. 3(ε).

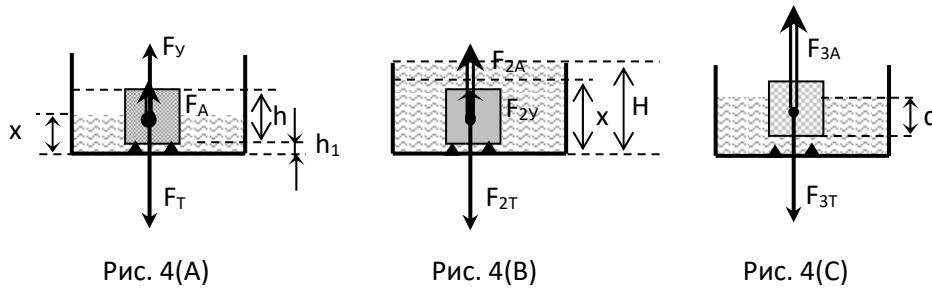
Учет атмосферного давления приводит к тому, что в уравнение (1) необходимо добавить силу атмосферного давления $P_A h^2$.

$$F_{y^{**}} = P_A h^2 + (\rho - \rho_{ж}) g h^3 + \rho_{ж} g h^2 x = a^* + bx \quad (1^*)$$

Коэффициент $a^* = P_A h^2 + a = P_A h^2 + (\rho - \rho_{ж}) g h^3$.

Графики на рис.3 (ε, γ, β) смещаются параллельно вверх на величину $P_A h^2$.

В) Нарисуем силы, действующие на куб, когда жидкость налита в сосуд высотой меньше рис. 4(A) и больше $(h + h_1)$ рис. 4(B). На куб в обоих случаях



действует сила тяжести $F_T = mg = \rho h^3 g$. Сила взаимодействия куба с сосудом при $x \leq h_1$ $F_{0Y} = F_T$ и не изменяется по мере наливания жидкости в сосуд, При $x > h_1$ на куб начинает действовать сила Архимеда F_A , которая увеличивается с увеличением глубины x налитой жидкости, а сила упругости $F_Y = F_T - F_A$, равная силе давления куба на дно сосуда, уменьшается.

$$F_A = \rho_{жс} g (x - h_1) h^2 \quad (2)$$

$$F_Y = F_T - F_A = \rho g h^3 - \rho_{жс} g (x - h_1) h^2 = g h^2 (\rho h - \rho_{жс} (x - h_1))$$

$$F_Y = g h^2 (\rho h - \rho_{жс} (x - h_1)) \quad (3)$$

Если $\rho_1 = \rho_{жс}$ или $\rho_2 > \rho_{жс}$, то при $x = h + h_1$ сила Архимеда (см. уравнение (2)) достигает своего максимального значения

$$F_{1A} = F_{2A} = \rho_{жс} g (h + h_1 - h_1) h^2 = \rho_{жс} g h^3.$$

При этом сила давления куба на дно сосуда, равная силе упругости, согласно уравнению (3) принимает наименьшие значения:

$$F_{1Y} = g h^2 (\rho_1 h - \rho_{жс} (h + h_1 - h_1)) = g h^3 (\rho_1 - \rho_{жс}) = 0,$$

куб находится во взвешенном состоянии;

$$F_{2Y} = g h^2 (\rho_2 h - \rho_{жс} (h + h_1 - h_1)) = g h^3 (\rho_2 - \rho_{жс}) > 0$$

или $F_{2Y} = F_{2T} - F_{1A}$. Если $\rho_3 < \rho_{жс}$, то при $x = d + h_1$

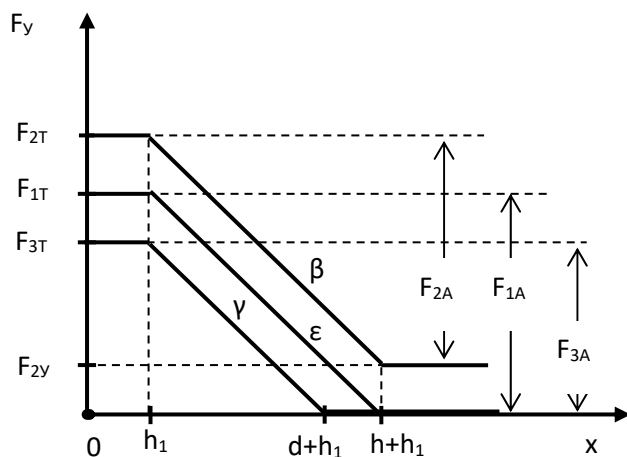


Рис. 5(ε, β, γ)

$$F_{3A} = F_{3T} = \rho_{жс} g (d + h_1 - h_1) h^2 = \rho_{жс} g d h^2$$

куб всплывает и сила давления куба на дно сосуда, равная силе упругости, равна нулю $F_{3V} = 0$.

На рис.5 построены графики зависимости силы давления куба на дно сосуда от высоты налитой жидкости в сосуд $F_V(x)$ для случаев:

$$\rho_1 = \rho_{жс} \text{ рис.5(ε)}, \rho_2 > \rho_{жс} \text{ рис.5(β)}, \rho_3 < \rho_{жс} \text{ рис.5(γ)}.$$

Так как жидкость подтекает под куб, то влияние атмосферного давления на верхнюю и нижнюю поверхность куба компенсируется и зависимость силы давления куба на дно сосуда от высоты налитой жидкости в сосуд $F_V(x)$ такая же, как и без учета атмосферного давления.

10.3 Найдем сопротивление лампочек, когда через них протекает ток.

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = 645 \text{ Ом}, \quad R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 484 \text{ Ом}$$

Когда включены последовательно пять ламп, каждая из них потребляет мощность $P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{U^2}{25R_1}$. Когда одна из ламп с сопротивлением R_1 заменена на лампу с сопротивлением R_2 , то она будет потреблять мощность

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{U^2 R_2}{(4R_1 + R_2)^2}$$

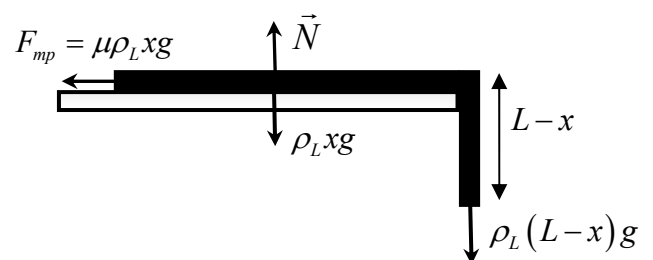
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{25R_1 R_2}{(4R_1 + R_2)^2} \approx 0,8 < 1$$

Значит, новая лампа будет светить слабее.

10.4 Линейная плотность

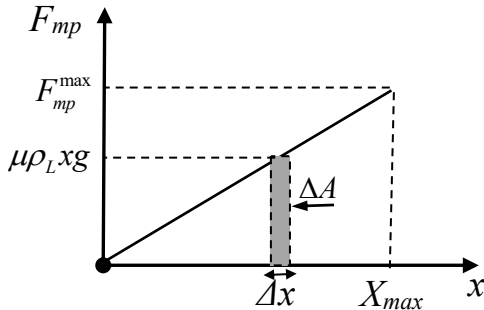
цепочки равна: $\rho_L = \frac{m}{L}$

Цепочка начинает скользить когда $L - x = \eta L$, т.е. $x = (1 - \eta)L$



$$\rho_L \eta L g = \mu \rho_L (1 - \eta) L g$$

Коэффициент трения цепочки о стол равен: $\mu = \frac{\eta}{1 - \eta}$



Для нахождения работы силы трения построим график зависимости силы трения от длины цепочки x лежащей на столе.

$$\Delta A = -\mu \rho_L g x \Delta x$$

Работа силы трения равна

площади треугольника: $A = -F_{tr}^{max} \cdot X_{max} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\mu \rho_L (1 - \eta) L g \cdot L (1 - \eta)}{2} = -\frac{1}{2} m g L \eta (1 - \eta)$

10.5 а) Во вторую часть сосуда вводят 10 г водорода. Так как в сосуде поддерживается температура 373 К при давлении насыщенного пара 10^5 Па, то установившееся в сосуде состояние равновесия будет зависеть от того, сколько испарится воды.

Найдем максимальное количество воды, которая может испариться. Это произойдет в том случае, если пары воды будут занимать весь объем сосуда. $m_{max} = \frac{\mu P V}{R T} \approx 58 \text{ г}$ Так как $m_{max} < m_1$, то испариться может только часть введенной воды в сосуд. Это означает, что максимальное значение давления паров воды в сосуде равно давлению насыщенного водяного пара $P_{H_2O}^{max} \approx 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$

Найдем минимальное давление, которое может создать водород в случае если он займет весь объем сосуда

$$P_{H_2}^{min} = \frac{m_2 R T}{\mu_{H_2} V} = 1,55 \cdot 10^5 \text{ Па} > 1 \cdot 10^5 \text{ Па} \quad \text{Следовательно, вода будет находиться}$$

в жидком состоянии и ее объемом $V_1 = 0,074$ л по сравнению с объемом сосуда при расчете давления можно пренебречь, т. е. можно считать, что весь объем сосуда занимает водород.

б) Во вторую часть сосуда вводят 74 г углекислого газа.

В этом случае реализуется другой вариант равновесного состояния: в той части сосуда, куда помещалась вода, будет находиться смесь воды в жидком состоянии и насыщенного водяного пара. При этом давление в сосуде будет равно $P=10^5$ Па, т. к. минимальное давление углекислого газа в объеме $V=100$ л при $T=373$ К

$$P_{CO_2}^{\min} = \frac{m_2 RT}{\mu_{CO_2} V} \approx 5,2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

меньше давления насыщенного водяного пара. При давлении водяного пара 10^5 Па углекислый газ будет занимать объем $V_{CO_2} = \frac{m_2 RT}{\mu_{CO_2} P} \approx 52 \text{ л}$. Насыщенный водяной пар с водой будут занимать объем $V_B = V - V_{CO_2} \approx 48 \text{ л}$.

Масса насыщенного водяного пара, т. е. количество испарившейся воды составит $m = \frac{\mu P V_B}{RT} \approx 28 \text{ г}$.

Таким образом, давление в сосуде будет 10^5 Па при массе испарившейся воды 28 г.

в) В случае, когда в одной части сосуда 36 г воды, а во вторую часть сосуда ввели 2,8 г азота реализуется третий вариант возможного равновесного состояния системы: в обеих частях сосуда содержится идеальный газ, причем в той части сосуда, в которую налили воду, будет находиться ненасыщенный водяной пар, так как количество налитой в сосуд воды меньше максимальной массы 58 г (см. случай «а»). Следовательно, давление в сосуде будет меньше давления насыщенного пара при $T=273$ К, т. е. меньше чем $P=10^5$ Па.

Запишем уравнение состояния пара в одной части сосуда и газа в другой:

$$P_{H_2O} V_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_{H_2O}} \text{ и } P_{N_2} V_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_{N_2}}$$

Так как давление водяного пара и азота равны, то

$$P_{H_2O} = P_{N_2} = \left(\frac{m_1}{\mu_{H_2O}} + \frac{m_2}{\mu_{N_2}} \right) \cdot \frac{RT}{V} \approx 0,9 \cdot 10^5 \text{ Па}$$