ПРОГРАММА

областного ресурсного центра по подготовке учащихся X - XI классов к республиканской олимпиаде по учебному предмету «Математика» в 2022/2023 учебном году

Могилёв, 2022

ВВЕДЕНИЕ

Данная программа предназначена для подготовки учащихся X-XI классов к участию в различных этапах республиканской олимпиады по математике.

Основная цель:подготовка учащихся к участию в различных этапах республиканской олимпиады по математике

Задачи:

* систематизировать имеющиеся знания учащихся по основным олимпиадным темам;
* дать новые знания по темам, выходящим за рамки школьной программы;
* познакомить с различными методами решения олимпиадных задач;
* выработать умение строить аргументированные логические выводы.

СОДЕРЖАНИЕ

Теория чисел.

Простые числа. Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики. Линейные диофантовы уравнения. Системы линейных диофантовых уравнений. Простейшие диофантовы уравнения второй степени. Пифагоровы тройки. Элементы теории сравнений. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона. Китайская теорема об остатках**.** Практикум по решению задач.

Многочлены.

Делимость многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры. Многочлены с действительными, целыми, рациональными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Признаки неприводимости многочленов. Многочлены нескольких переменных. Симметрические многочлены. Практикум по решению задач.

Методы решения олимпиадных задач**.**

Принцип Дирихле. Правило крайнего. Инварианты. Четность, нечетность. Задачи на раскраски, укладки, замощения. Практикум по решению задач.

Неравенства.

Классические неравенства о средних. Неравенство Коши-Буняковского. Геометрические неравенства. Неравенства Бернулли, Йенсена, Гёльдера. Неравенство Чебышева. Теория Мюрхеда. Практикум по решению задач.

Игры, турниры, стратегии и алгоритмы.

Задачи на игры и стратегии. Выбор выигрышной стратегии. Метод перебора. Задачи, решаемые симметричным ходом, разбиением на пары. Понятие инварианта. Возможные способы выбора инварианта. Инвариант в геометрии. Задачи, решаемые путем поиска инварианта. Практикум по решению задач.

Метод математической индукции.

Задачи комбинаторно-логического характера. Доказательство тождеств, неравенств. Принцип наименьшего элемента. Индукция в геометрии. Практикум по решению задач.

Уравнения с целой и дробной частью**.**

Нестандартные подходы в решении целочисленных уравнений: использование симметрии, выделение наибольшего общего делителя, введение вспомогательной зависимости между переменными, выделение простого делителя, метод бесконечного спуска. Уравнения в цифрах. Уравнения с факториалами. Целочисленные уравнения в текстах республиканских и международных олимпиад разных лет. Практикум по решению задач.

Элементы перечислительной комбинаторики**.**

Основные комбинаторные принципы. Формула суммы и формула произведения. Перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Практикум по решению задач.

Функции.

Функциональные уравнения**.** Функциональные уравнения с условиями непрерывности, ограниченности, с дискретной областью определения**.** Различные свойства функций, их применения (периодичность, четность, ограниченность).

Методы решения геометрических задач**.**

Метод координат. Векторы и их применения. Геометрия масс. Инверсия**.** Комплексные числа в геометрии**.** Аффинные и проективные преобразования**.** Комбинаторная геометрия**.** Язык комбинаторной геометрии: выпуклые фигуры, выпуклая оболочка, опорные прямые, диаметр фигуры. Теорема Хелли. Геометрия преобразований; движения. Теорема Шаля. Преобразования подобия. Гомотетия. Композиции преобразований. Практикум по решению задач.

Консультации**.**